2006 年度非平衡物理学 授業ノート 13

2007.1.17 担当 吉森 明

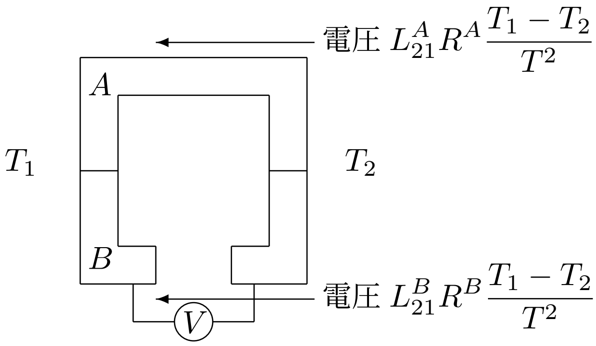
(4) Thomson の関係式の証明

○ 授業ノート 10 の (17) 式は、オームの法則を表しているので、抵抗 R を使うと、$R = T/L_{22}$ となる。だから、ノート 10 の (23) 式は、

$$\phi_1 - \phi_2 = -\frac{L_{21}}{TL_{22}}(T_2 - T_1) = -L_{21}R\frac{T_2 - T_1}{T^2} \tag{1}$$

と書ける。

　これを 2 種類の金属に応用すると、



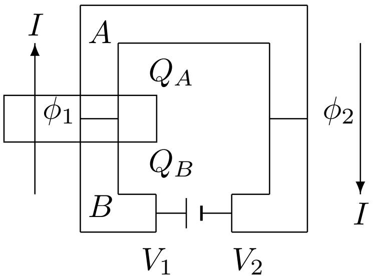
全体にかかる電圧 V は、AB それぞれにかかる電圧の差だから、左が高いときを正にすると、(宿題 77 参照)

$$V = (L_{21}^A R^A - L_{21}^B R^B)\frac{T_2 - T_1}{T^2} \tag{2}$$

結局

$$\boxed{e_{AB} = \frac{L_{21}^A R^A - L_{21}^B R^B}{T^2}} \tag{3}$$

○ 一方、Π_{AB} の方は、図のように電池につないで、温度 $T_1 = T_2$ とする。



箱が大きいと箱の中で電圧が変わって面倒なので、金属 AB が接する所に箱をおく。

授業ノート 10 の (21) 式で、$\dot{E}_1$ は発熱と考えられるから、

$$-Q_A = \frac{L_{12}^A}{T}(\phi_2 - \phi_1) \tag{4}$$

$$Q_B = \frac{L_{12}^B}{T}(V_1 - \phi_1) \tag{5}$$

ここで、Q_A にマイナスがつくのは電流の向きで符号を決めたため。

$\phi_1 - \phi_2 = R^A I$、$V_1 - \phi_1 = R^B I$ だから、A と B の接合部での A からの発熱 Q_A は、

$$Q_A = \frac{L_{12}^A}{T} R^A I \tag{6}$$

$$Q_B = \frac{L_{12}^B}{T} R^B I \tag{7}$$

だから、

$$Q_A - Q_B = \frac{L_{12}^A R^A - L_{12}^B R^B}{T} I \tag{8}$$

結局

$$\boxed{\Pi_{AB} = \frac{L_{12}^A R^A - L_{12}^B R^B}{T}} \tag{9}$$

5-1. ブラウン運動の微視的導出 (森理論) その一

目標 射影演算子法で何が出来るのか理解する。具体的には以下のことを分かる。

- 射影演算子法は、いろいろ混ざっている運動から、遅い運動を系統的に取り出す。
- 射影演算子法は、スケールの違う階層の間の関係を与える。
- 具体的には、分子をあらわに含んだニュートン方程式からランジュバン方程式を導くというような問題に使える。

目次 (1) 射影演算子法の目的

(2) 階層性

(3) ブラウン運動の例

宿題:

75 **(10 点)** Thomson の関係式をオンサーガーの相反定理で証明するとき、実は、「授業ノート 12」の P1 にある 3 つの**仮定**のうち、成り立っていないものがある。どれか答えなさい。また、成り立っていないのに、なぜ Thomson の関係式が証明できるのか考えなさい。

76 **(10 点)** Peltier 効果や熱電対に表れる L_{12} や L_{21} に抵抗 R をかけた量 $L_{12}R$ や $L_{21}R$ は、金属の種類だけにより、長さや太さによらない事を示しなさい。

77 **(10 点)** 熱電対について (2) 式を、金属 B の真ん中でなく、A と B の接合面に電圧計を挟んだ場合に導きなさい。ただし、電圧計の無い方の接合面の電位を ϕ_2 とする。

78 **(10 点)** ブラウン運動で孤立系を考え、全粒子の運動を速い運動と遅い運動に分類しなさい。その上で、ランダム力の相関がなぜデルタ関数になるかを議論しなさい。

79 **(10 点)** 射影演算子法が遅い運動を取り出すという事と、スケールの違う階層間の関係を与えるという事の関係を考えなさい。

80 **(10 点)** この講義では時間相関関数として、ランジュバン方程式で定義するものと孤立系で定義するものの 2 つ考えた。粒子の相互作用をあらわに扱ったニュートン方程式からランジュバン方程式を導くと、この 2 つの定義に対して何が言えるか考えなさい。