

お知らせ: 授業のホームページをつくりました。

<http://www.cmt.phys.kyushu-u.ac.jp/~A.Yoshimori/.html>

授業で配るプリントをあらかじめpdfファイルにおいておきます。

## §1. ブラウン運動の基礎 I (ランジュバン方程式)

**目標** ランジュバン方程式を理解する。具体的には以下のことを分かる。

- 不規則な運動とは何か。
- 微粒子の運動はランジュバン方程式でモデル化できる。
- ランダム力は測定毎に分布する。
- ランダム力の時間相関がないことが不規則性の要因
- ランジュバン方程式は微粒子だけでなく、いろいろな不規則な現象に使える。

- 目次**
- (1) 微粒子の運動
  - (2) ランダム力
  - (3) ランジュバン方程式
  - (4) 具体例
  - (5) まとめ

**仮定** 次の式をランジュバン方程式と呼ぶ。

$$\text{線形:} \quad \dot{X}(t) = -\gamma X(t) + R(t) \quad (1)$$

$$\text{非線形:} \quad \dot{X}(t) = F(X(t)) + R(t) \quad (2)$$

ただし、

$$\langle R(t) \rangle = 0 \quad (3)$$

$$\langle R(t)R(t') \rangle = D\delta(t-t') \quad (4)$$

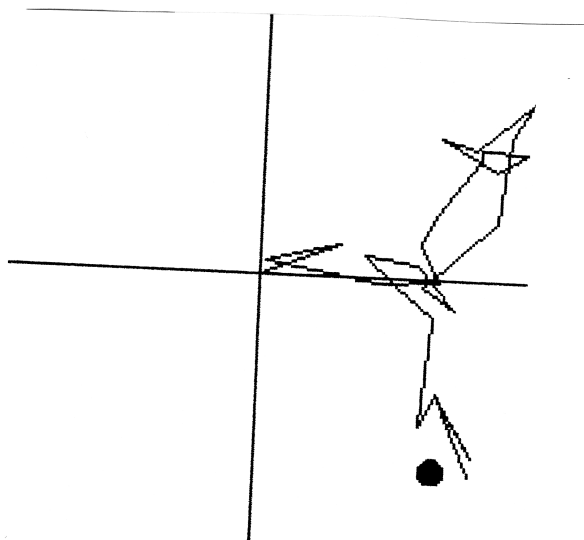
を満たす。さらに

$$\begin{aligned} \text{線形:} \quad & \langle X(0)R(t) \rangle = 0 \quad t > 0 \\ \text{非線形:} \quad & \langle f(X(0))R(t) \rangle = 0 \quad t > 0, \end{aligned} \quad (5)$$

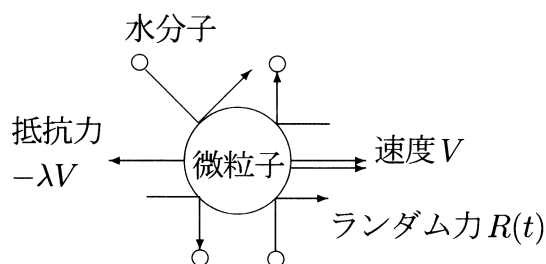
$f(X)$  は  $X$  の任意関数

**結論** ランジュバン方程式は、不規則な運動を記述するモデルとして有効。

## (1) 微粒子の運動



微粒子(約 $1\mu\text{m}$ )のブラウン運動。(http://www.geocities.co.jp/Hollywood/5174/s2f.htmlから。)



---

### 宿題:

**1(10点)** この授業では、時間変化する非平衡現象のうち、ゆらぎの大きい状況で平衡状態に緩和する現象を扱う。そこで、この授業では扱わない ① ゆらぎは小さいが平衡状態に緩和する、② ゆらぎは大きいが平衡状態に緩和しない、③ ゆらぎも小さいし平衡状態にも緩和しない、非平衡現象について、①～③すべての例を挙げよ。どの物理量が時間変化するか、具体的に説明せよ。

**2(20点)** 微粒子のブラウン運動が次のランジュバン方程式で表されるとする。

$$m\dot{V}(t) = -\lambda V(t) + R(t) \quad (6)$$

ただし、 $V(t)$  は微粒子の速度、 $m$  は質量で、 $R(t)$  はランダム力を表し、(4) 式と (5) 式の線形の条件を満たす。 $t = 0$  の時、 $V(0) = V_0$  が分かっている場合に、 $V(t)$  の平均  $\langle V(t) \rangle$  と分散  $\langle V(t)^2 \rangle - \langle V(t) \rangle^2$  の時間変化を求めなさい。