

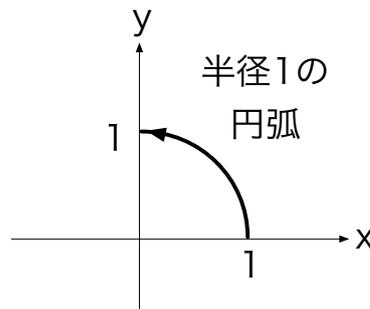
2009 年度 物理数学 II 宿題の問題 (訂正版)

2010.1.25 担当 吉森 明

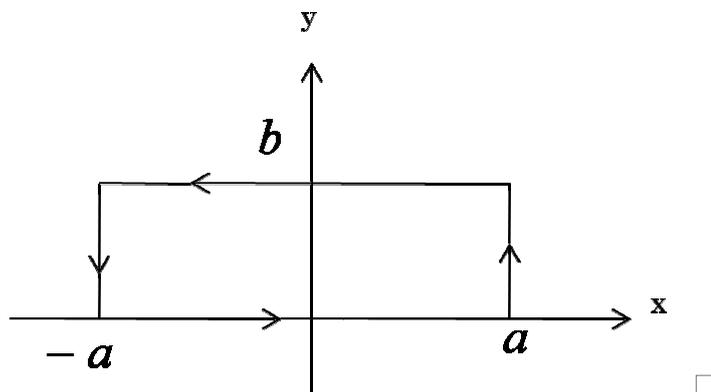
問題 1.(重要)

宿題 1. (9 月 28 日出題、10 月 5 日提出) x を実数にしたとき、「関数 $f(x)$ が微分可能」ということの定義を説明しなさい。

宿題 2. (10 月 19 日出題、26 日提出) 下の積分路で $f(z) = z^2$ を積分しなさい。ヒント $z = e^{i\theta}$ に変数変換



宿題 3. (11 月 2 日出題、9 日提出)(1) 図のような積分路 C で $\int_C \exp[-z^2] dz$ を計算することで $\int_{-\infty}^{\infty} \exp[-x^2] \cos(2bx) dx$ を求めよ。



(2) 前回演習の問題 No4[II](c) ~ (g) をやりなさい。

宿題 4. (11 月 16 日出題、30 日提出) $f(z) = 1/(z-1)(z-2i)$ を $z=0$ のまわりでローラント (テーラー) 展開しなさい。収束半径を自分で考えて 3 通りの展開をしなさい。

宿題 5. (11 月 30 日出題、12 月 7 日提出) $f(z) = z^{1/3}$ のリーマン面を説明しなさい。複素平面は何枚必要か。

宿題 6. (12 月 14 日出題、12 月 21 日提出) $M(t) = 2k^2 \exp[-3kt]$ のとき、

$$\dot{x}(t) + \int_0^t M(t-t')x(t')dt' = 0 \quad (1)$$

を $t = 0, x(0) = x_0$ の条件で解きなさい。



問題 2.(余裕があれば解くこと)

宿題 1. (9 月 28 日出題、10 月 5 日提出) オイラーの公式

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta \quad (2)$$

の証明を調べてレポートしなさい。

宿題 2. (10 月 19 日出題、26 日提出) $f(z) = e^{iz}/z$ が $z \neq 0$ で正則であることを示せ。

宿題 3. (11 月 2 日出題、9 日提出) $f(z) = \exp(\frac{1}{z})$ は $z = 0$ で真性特異点をもつことを示し、 $z \rightarrow 0$ の近づけ方を変えることで任意の複素数に $f(z)$ を近づけられることを示せ。

宿題 4. (11 月 16 日出題、30 日提出) r を複素数とした時、 $|r| < 1$ で $\sum_{n=0}^{\infty} r^n$ が収束することを示しなさい。

宿題 5. (11 月 30 日出題、12 月 7 日提出) a を正の実数として $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} (z/a)^n$ は $|z| < a$ でしか定義されないが、これを $z \neq a$ の複素平面全体に解析接続して新しい関数 $g(z)$ を定義しなさい。

宿題 6. (12 月 14 日出題、12 月 21 日提出) 問題訂正: $x(t) = (1/2\pi i) \int_C \tilde{x}(z) \exp[zt] dz$ を $\tilde{y}(s) = \int_0^{\infty} x(t) \exp[-st] dt$ に代入して、 $\tilde{y}(s) = \tilde{x}(s)$ を示せ。ただし、 C より右は $\tilde{x}(z)$ は正則。また、 $|s| \rightarrow \infty$ で $|\tilde{x}(s)| \rightarrow |s|^{-k} (k > 0)$ また、 C 上の z の実部は s より小さいとする。