

充分大きい体積  $V$  の容器に、状態密度  $D(\epsilon)$  が

$$D(\epsilon) = \begin{cases} VD_0(\epsilon - \epsilon_0)^{1/2} & \epsilon > \epsilon_0 \\ 0 & \epsilon \leq \epsilon_0 \end{cases} \quad (1)$$

で与えられている理想ボース気体が入っている。ここで  $D_0(> 0)$  と  $\epsilon_0$  は  $\epsilon$  によらない定数を表す。粒子数を  $N(N \gg 1)$ 、ボース-アインシュタイン凝縮 (BEC) が起こる温度を  $T_B$  とし、グランドカノニカル分布を使って

$$(k_B T_B)^n D_0 \frac{V}{N} \eta = 1 \quad (2)$$

を導き、 $n$  を求めなさい。ただし、内部自由度は無視し、 $k_B$  はボルツマン定数で、

$$\eta \equiv \int_0^\infty \frac{x^{1/2}}{e^x - 1} dx \quad (3)$$

状態は密に詰まっているとする。

ヒント:  $x = \beta(\epsilon - \epsilon_0)$  と変数変換をする。また、この場合のボース-アインシュタイン凝縮は、 $\mu = 0$  でなく、 $\mu = \epsilon_0$  で起こる。