

水素 ( $\text{H}_2$ ) 分子について以下の問いに答えよ。ただし、水素は、スピン  $1/2$  のフェルミ粒子で、剛体回転子とする。解答用紙には答えだけを書くこと。

1. 分子の回転の固有状態を表す球面調和関数を  $Y_{Jm}$  とする。スピンの固有関数については、粒子の入れ替えに対して符号を変えないものを  $S_S$ 、変えるものを  $S_A$  とする。全波動関数が、位置とスピンの波動関数の積で表されるとき、許される全波動関数を 2 つ書きなさい。
2. 上の 2 つの全波動関数に対応する分配関数をそれぞれ  $j_1$  と  $j_2$  とすると、分子 1 個の回転とスピンの分配関数  $j$  はどう表されるか。
3.  $S_S$  と  $S_A$  に対応する分配関数を  $z_S, z_A$  とし、回転についても同様に対称のものだけ足し合わせた分配関数を  $r_e$ 、反対称のものだけ足し合わせた分配関数を  $r_o$  としたとき、 $j$  を、 $z_S, z_A, r_e, r_o$  で表せ。
4. 異核 2 原子分子の回転の分配関数が

$$j_{\text{rot}} = \sum_{J=0}^{\infty} (2J+1) \exp\left[-J(J+1) \frac{\Theta}{T}\right] \quad (1)$$

と書ける時、 $r_e$  と  $r_o$  を求めなさい。ただし、 $\Theta = \hbar^2/2Ik_B$  で、プランク定数を  $2\pi$  で割ったものを  $\hbar$ 、分子の慣性モーメントを  $I$ 、 $k_B$  をボルツマン定数とする。

5. 温度  $T$  を充分低くした極限で、 $r_e = ae^{-b\Theta/T} \dots, r_o = ce^{-d\Theta/T} \dots$  が成り立つとする。実数  $a, b, c, d$  を求めなさい。
6. 核スピンの大きさを  $s_A$  とすると、

$$z_S = (s_A + 1)(2s_A + 1), \quad z_A = s_A(2s_A + 1) \quad (2)$$

となる時、 $z_S$  と  $z_A$  を求めなさい。

7. 温度  $T$  を充分低くした極限で、

$$j = A + B \exp\left[-C \frac{\Theta}{T}\right] \quad (3)$$

が成り立つとき、 $A, B, C$  を求めなさい。ただし、 $A, B, C$  は文字を含まない実数を表す。