解析力学（演習）課題１-１　　　　平成２０年４月２４日　　※期限：平成２０年５月１日

これまでの復習と確認：微分方程式の解法、全微分と偏微分の違い、微分幾何

問 1. 次の微分方程式を満たす関数 x がある。

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a\frac{dx}{dt} + bx = 0$$

ただし、a, b はゼロでない実数とする。

(a) x の一般解を求める手順を示せ。実際に解いて、その解の (t が大きくなるときの) 定性的な振る舞いを述べよ。（a, b の符号に注意）

(b) 上式の微分方程式を満たすような x の具体的な物理系の例を挙げよ。

学籍番号		
氏名		

問 2. 関数 f は、質点の位置 (x, y, z) と時刻 t に依存し、

$$f(x, y, z, t) = ax^2y + \frac{b}{\sqrt{x^2+z^2}} + c\sin\omega t$$

と表されるとする。ただし、a, b, c は定数である。質点は時間とともに運動するのから、位置の座標は、$x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ というように時刻 t の関数であることに注意しよう。

(a) 位置に関する偏微分 $\frac{\partial}{\partial x}f$ を求めよ。

(b) 時刻に関する偏微分 $\frac{\partial}{\partial t}f$ を求めよ。

(c) 時刻に関する全微分 $\frac{d}{dt}f$ を求めよ。

これまでの復習と確認：微分方程式の解法、全微分と偏微分の違い、微分幾何

問 3. 中心力が保存力である場合、そのポテンシャルエネルギーは力の中心からの距離にだけ依存し、方向によらない。例として

$$\phi(R) = \alpha \left(\frac{R}{a}\right)^n ; \quad R = |\vec{R}|$$

を考えよう。ここで n は整数、a は長さの次元の定数、α は次元を持った定数である。

つぎの座標系で、位置 $\vec{R}$ にはたらく力を求めてみよう。

(a) デカルト座標系 (x, y, z) において、$-\mathrm{grad}\,\phi$ （ $-\nabla\phi$ とも書く）を計算せよ。ただし、x 方向, y 方向, z 方向の単位ベクトル $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$ を用いて表せ。

(b) 円柱座標系 (r, φ, z) において、$-\mathrm{grad}\,\phi$ を計算せよ。ただし、r 方向, φ 方向, z 方向の単位ベクトル $\boldsymbol{e}_r$, $\boldsymbol{e}_\theta$, $\boldsymbol{k}$ を用いて表せ。

(c) 極座標系 (r, θ, φ) において、$-\mathrm{grad}\,\phi$ を計算せよ。ただし、r 方向, θ 方向, φ 方向の単位ベクトル $\boldsymbol{e}_r$, $\boldsymbol{e}_\theta$, $\boldsymbol{e}_\varphi$ を用いて表せ。

学籍番号		
氏名		

問 4. 保存力とは何か。また、保存力とポテンシャルエネルギーの関係を説明しなさい。
