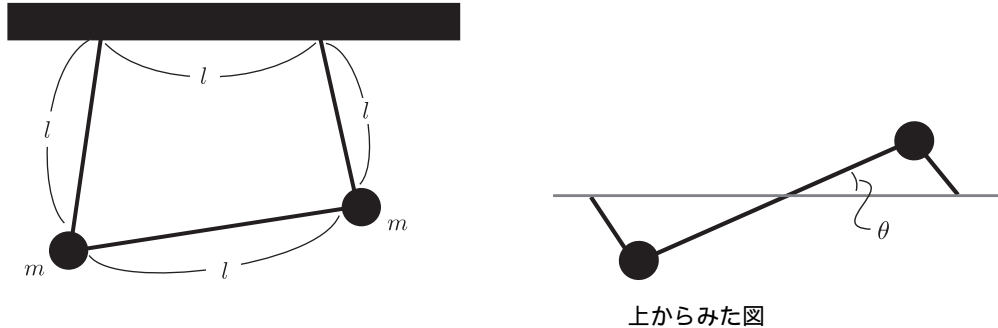


オイラー・ラグランジュ方程式

問 1. 水平天井面で l だけ離れた 2 つの固定点からそれぞれ長さ l の棒をつり下げ、他端に質量 m のおもりをつける。さらに 2 つの重りを長さ l の棒でつなぐ。棒の角度は自由に变化できる。おもりの大きさ、棒の質量は無視できるくらい小さいものとして取り扱い、おもりの運動を求めよう。

とはっても、このブランコに似た運動を一般的に解くは困難なので、平衡点近傍の簡単な場合を考えよう。右下図のように、真上からみて、2 つのおもりの真中を中心にしねった状態から手をはなして運動させると、棒の中心が動かないような運動をした。このときの運動を解こう。



- 上から見たときの棒の角度が θ のとき、天井からはかったおもりの高さはいくらか？ 2 つのおもりの高さは等しくなることに注意せよ。
- 2 つのおもりの運動エネルギーと重力によるポテンシャルエネルギーを θ をつかって表せ。
- ラグランジアンを独立な変数で表せ。
- オイラー・ラグランジュ方程式を書け。
- ねじり角が小さい条件で、運動方程式を解きなさい。

学籍番号		
氏名		

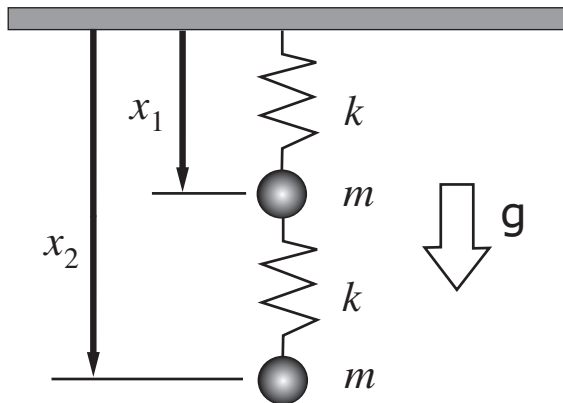
変分原理

問 2. xy 平面上の 2 つの固定点 A, B を結ぶ曲線のうちで、長さが最小になるものを変分原理をつかって求めよ。

学籍番号		
氏名		

オイラー・ラグランジュ方程式

問3. 図のように、一様重力場中で、自然長 l 、バネ定数 k の質量のないバネ2つで結びつけられた質量 m の2つの質点がある。運動は、鉛直方向のみとする。

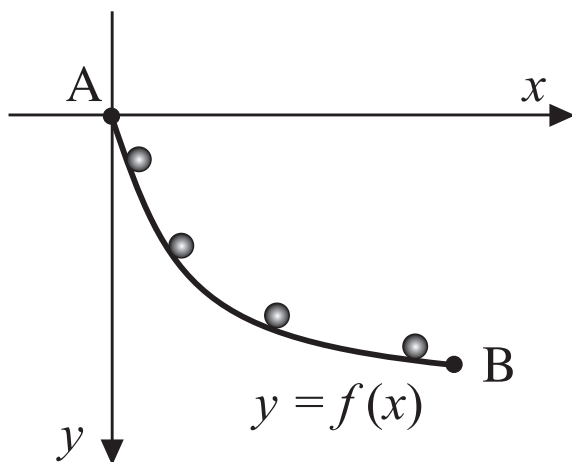


- 系全体の運動エネルギーを x_1, x_2 を用いて表せ。
- 系全体のポテンシャルエネルギーを x_1, x_2 を用いて表せ。
- ラグランジアンを書け。
- ラグランジアンを対角化し、新しい変数で表し直せ。
- オイラー・ラグランジュ方程式を導け。
- 一般解を求めよ。

学籍番号		
氏名		

変分原理

- 問 4. 高さの異なる二点がある。高いほうの点 A で静止していた質点が、重力によって、なめらかな曲線に沿ってすべり落ち、点 B に至る。このとき、所要時間がもっとも短くなるような曲線を求めよ。（この曲線を最速降下線という。）



学籍番号		
氏名		